МЕТОД ПАРАМЕТРИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ*

К.Ю. Осипенко (г. Москва)

Изучается задача построения оптимальных методов восстановления линейных функционалов. Предложен метод, основанный на параметризации экстремальной функции двойственной задачи, с помощью которого удается построить ряд новых оптимальных методов в пространствах Харди–Соболева. В частности, решена задача о построении оптимального метода восстановления функции из пространства Харди–Соболева, использующего информацию о значениях коэффициентов Фурье.

Приведем один из полученных результатов. Обозначим через $H_{\infty,\beta}$ множество 2π-периодических функций, аналитически продолжаемых в полосу $S_\beta := \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Im} z| < \beta\}$, удовлетворяющих в ней условию $|f(z)| < 1$. Положим

$$If = (a_0(f), a_1(f), b_1(f), \dots, a_{n-1}(f), b_{n-1}(f)),$$

где $a_j(f)$, $b_j(f)$ — коэффициенты Фурье функции f. Метод S_0 назовем оптимальным методом восстановления значения $f(\xi)$, $\xi \in \mathbb{T} := [0, 2\pi)$, если

$$\inf_{S:\mathbb{C}^n \to \mathbb{C}} \sup_{f \in H_{\infty,\beta}} |f(\xi) - S(If)| = \sup_{f \in H_{\infty,\beta}} |f(\xi) - S_0(If)|.$$

Обозначим через K и K' — полные эллиптические интегралы первого рода для модулей k и $k' := \sqrt{1-k^2}$, соответственно, где k выбрано из условия $K'/K = 2\beta/\pi$. Положим

$$\operatorname{ctn}(z,k) := \frac{\operatorname{cn}(z,k)\operatorname{dn}(z,k)}{\operatorname{sn}(z,k)}, \quad \sigma(z) := \operatorname{sn}\left(\frac{2n\Lambda}{\pi}z, \lambda\right)\operatorname{ctn}\left(\frac{K}{\pi}z, k\right),$$

где Λ — полный эллиптический интеграл первого рода для модуля λ, определяемого условием $\Lambda/\Lambda' = 2nK'/K$, а $\operatorname{sn}(z,k)$, $\operatorname{cn}(z,k)$, $\operatorname{dn}(z,k)$ — эллиптические функции Якоби.

Теорема. *При всех $\xi \in \mathbb{T}$ метод*

$$f(\xi) \approx d_0 \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{j=1}^{n-1} d_j (a_j(f)\cos j\xi + b_j(f)\sin j\xi),$$

где

$$d_j = \frac{2}{n a_j(\sigma)} \sum_{m=1}^{n} (-1)^{m+1} \operatorname{ctn}\frac{2m-1}{2n}K \cos j\frac{2m-1}{2n}\pi, \quad j = 0, \dots, n-1,$$

является оптимальным на классе $H_{\infty,\beta}$.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №99-01-01181 и №00–15–96109)